

我是8位的

I am 8 bits, what about you?

随笔 - 205, 文章 - 0, 评论 - 103, 阅读 - 101万

导航

博客园

首页

新随笔

联系

订阅 

管理

<

2022年3月

>

日	一	二	三	四	五	六
27	28	1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30	31	1	2
3	4	5	6	7	8	9

公告

你的支持是我的动力

欢迎关注微信公众号“我是8位的”



昵称：我是8位的

园龄：4年7个月

粉丝：288

关注：5

+加关注

盖楼抽奖

#她的梦想在发光#

HWD科技女性故事有奖征集

分享最打动你的科技女性故事

活动时间：2022年3月8日-3月18日

马上参与



搜索

找找看

谷歌搜索

常用链接

我的随笔

我的评论

我的参与

最新评论

我的标签

积分与排名

积分 - 457097

排名 - 1198

单变量微积分笔记2——导数2(求导法则和高阶导数)

和、差、积、商求导法则

设 $u=u(x),v=v(x)$ 都可导，则：

1. $(Cu)' = Cu'$, C 是常数
2. $(u \pm v)' = u' \pm v'$
3. $(uv)' = u'v + uv'$
4. $(u/v)' = (u'v - uv') / v^2$

1、2不解释，下面给出3、4的推导过程

乘法法则的推导过程

$$(uv)' = \frac{\Delta(uv)}{\Delta x}$$
$$\Delta(uv) = u(x + \Delta x)v(x + \Delta x) - u(x)v(x)$$
$$= (u(x + \Delta x) - u(x))v(x + \Delta x) + u(x)(v(x + \Delta x) - v(x))$$
$$= (\Delta u)v(x + \Delta x) + u(x)\Delta v$$
$$(uv)' = \frac{\Delta(uv)}{\Delta x}$$
$$= \frac{(\Delta u)v(x + \Delta x) + u(x)\Delta v}{\Delta x}$$
$$= \frac{\Delta u}{\Delta x}v(x + \Delta x) + \frac{\Delta v}{\Delta x}u(x)$$
$$= u'v(x + \Delta x) + v'u(x)$$
$$= u'v(x) + v'u(x), \text{ 当 } \Delta x \rightarrow 0 \text{ 时}$$

乘法法则可扩展：

$$(uvw)' = (uv)'w + (uv)w' = u'vw + uv'w + uvw'$$

除法法则的推导过程

随笔分类 (211)

- ★★资源下载★★(1)
- Java并发编程(1)
- 程序员的数学(24)
- 单变量微积分(31)
- 多变量微积分(24)
- 概率(24)
- 机器学习(27)
- 软件设计(1)
- 数据分析(6)
- 数据结构与算法(27)
- 随笔(5)
- 线性代数(34)
- 项目管理(2)
- 转载(4)

随笔档案 (205)

- 2021年2月(1)
- 2020年3月(2)
- 2020年2月(6)
- 2020年1月(4)
- 2019年12月(7)
- 2019年11月(15)
- 2019年9月(3)
- 2019年8月(6)
- 2019年7月(1)
- 2019年6月(8)
- 2019年5月(3)
- 2019年4月(5)
- 2019年3月(7)
- 2019年2月(3)
- 2019年1月(7)
- 更多

阅读排行榜

- 1. 使用Apriori进行关联分析 (一) (29768)
- 2. 线性代数笔记12——列空间和零空间 (28772)
- 3. FP-growth算法发现频繁项集 (一)——构建FP树(24430)
- 4. 寻找“最好” (2) ——欧拉-拉格朗日方程(23099)
- 5. 多变量微积分笔记3——二元函数的极值(22772)

评论排行榜

- 1. 隐马尔可夫模型 (一) (8)
- 2. 线性代数笔记12——列空间和零空间 (7)
- 3. 线性代数笔记3——向量2 (点积) (7)
- 4. FP-growth算法发现频繁项集 (一)——构建FP树(5)
- 5. 寻找“最好” (2) ——欧拉-拉格朗日方程(4)

推荐排行榜

- 1. 寻找“最好” (2) ——欧拉-拉格朗日方程(7)
- 2. FP-growth算法发现频繁项集 (一)——构建FP树(7)
- 3. 线性代数笔记3——向量2 (点积) (6)
- 4. FP-growth算法发现频繁项集 (二)——发现频繁项集(5)
- 5. 隐马尔可夫模型 (一) (5)

最新评论

- 1. Re:线性代数笔记3——向量2 (点积)
如果点积小于0，即夹角小于90°，这个写错了吧。应该是夹角大于90°
--猫猫猫猫猫大人

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{\Delta\left(\frac{u}{v}\right)}{\Delta x}$$
$$\Delta\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{u + \Delta u}{v + \Delta v} - \frac{u}{v}$$
$$= \frac{v(u + \Delta u) - u(v + \Delta v)}{(v + \Delta v)v}$$
$$= \frac{uv + v\Delta u - uv - u\Delta v}{(v + \Delta v)v}$$
$$= \frac{(\Delta u)v - u(\Delta v)}{(v + \Delta v)v}$$
$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{\Delta\left(\frac{u}{v}\right)}{\Delta x}$$
$$= \frac{\frac{\Delta u}{\Delta x}v - u\frac{\Delta v}{\Delta x}}{(v + \Delta v)v}$$
$$= \frac{u'v - uv'}{(v + \Delta v)v}$$
$$= \frac{u'v - uv'}{v^2} \quad \text{当}\Delta x \rightarrow 0 \text{ 时}$$

示例1：f'(1/x)

根据除法法则：

$$f'\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1'x - 1x'}{x^2} = \frac{0 - x'}{x^2} = -\frac{x'}{x^2} = -x'x^{-2}$$

示例2：f'(x⁻ⁿ)

根据除法法则：

$$f'(x^{-n}) = f'\left(\frac{1}{x^n}\right) = \frac{1'x^n - 1(x^n)'}{x^{2n}} = \frac{-(x^n)'}{x^{2n}} = \frac{-nx^{(n-1)}}{x^{2n}} = -nx^{-n-1}$$

上式结果也可直接根据幂函数求导法则得出，幂函数f(x) = Xⁿ的导数：

$$f'(x) = nx^{n-1}$$

示例3：(secx)'

$$(secx)' = \left(\frac{1}{cosx}\right)' = \frac{1'cosx - 1cos'x}{cos^2x} = \frac{sinx}{cos^2x} = \frac{tanx}{cosx} = secxtanx$$

链式求导法则

链式求导法则也称为复合函数求导法则。若u=g(x)在x点可导，y=f(u)在u=g(x)点可导，则y=f(g(x))在x点可导，其导数是：

$$f'(g(x)) = f'(u) \cdot u'(x) \quad \text{或} \quad \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

第二种写法看起来更好理解。

2. Re:线性代数笔记10——矩阵的LU分解写的很好，不过LU分解的前提是错的，LU分解只需要第三个条件，如果允许行置换就是下面写到的PLU，可以分解所有矩阵
--wiki3D

3. Re:单变量微积分笔记20——三角替换1 (sin和cos) 很nice
--尹保棕

4. Re:线性代数笔记24——微分方程和exp(At) 有些图片挂了呢
--ccchendada

5. Re:寻找“最好” (2) ——欧拉-拉格朗日方程 提个issue，最速降线中 $v = \sqrt{2gh}^{1/2}$ 与配图不一致，建议以起点为原点，向右伸出x轴，向下伸出y轴建立坐标系
--trustInU

示例1：y=(sinx)¹⁰求导

这是一个典型的符合函数，内部函数是u=sinx，外部函数是y=u¹⁰，根据公式：

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} = y' u' = (u^{10})' (sinx)' = 10u^9 cosx = 10(sin x)^9 cos x$$

示例2：sin(10x)求导

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx} = (sinu)' (10x)' = 10cosu = 10cos10x$$

高阶导数

高阶导数实际上是对导数求导，也就是不断求导。

二阶导数表示为(u’)’ =u’ ’ ；三阶导数u’ ’ ’ ；四阶导数不能再用撇号表示了，需要使用上标u⁽⁴⁾；n阶导数u⁽ⁿ⁾。在训练集中，上标也被表示为第几组训练集，在此我们看到，数学中的符号经常会被重用，在不同上下文中有不同的含义。

sinx的二阶导数：(sinx)’ ’ =(cosx)’ =-sinx

高阶导数也有不同的表示法，以三阶导数为例：

$$u''' = \left(\frac{d}{dx}\right)^3 u = \frac{d^3}{(dx)^3} u = \frac{d^3 u}{dx^3} = D^3 u$$

看起来越来越乱了-_-|||

幂函数的高阶导数

$$D^1 x^n = n x^{n-1}$$
$$D^2 x^n = (D^1 x^n)' = (n x^{n-1})' = n(x^{n-1})' = n(n-1)(x^{n-2})$$
$$D^3 x^n = (D^2 x^n)' = n(n-1)(n-2)(x^{n-3})$$

.....

$$D^{n-1} x^n = n(n-1)(n-2)(n-3)...(2)x^1$$
$$D^n x^n = n(n-1)(n-2)(n-3)...(2)(1)x^0 = n!$$
$$D^{n+1} x^n = (n!)' = 0$$

高阶导数的意义

几何意义比较容易理解，一阶导数是切线的斜率，二阶是斜率的变化率，三阶是斜率的变化率的变化率.....阶数越高，刻画的变化越精细。

物理意义是百度来的，用时间、距离、速度举例：

位移相对于时间的一阶导数是速度，二阶导数是加速度，三阶导数是急动度(加速度的的变化率)，四阶导数是什么痉挛度(不知道是不是瞎编出来的，从这开始就理解不了了).....当一辆小车尾部遭受撞击时，加速度会突然改变，小车具有急动度。汽车工程师用急动度作为评判乘客不舒适程度的指标；按照这一指标,具有恒定加速度和零急动度的人体感觉最舒适。在竞技

举重中，举重运动员进行所有将杠铃举过头顶的动作时都有急动度。当轮船到达溪谷，突然减速时，轮船有急动度，因为轮船加速度的大小和方向都要改变。

总结

1.函数的和、差、积、商求导法则

- 1) $(Cu)' = Cu'$, C是常数
- 2) $(u \pm v)' = u' \pm v'$
- 3) $(uv)' = u' v + uv'$
- 4) $(u/v)' = (u' v - uv') / v^2$

2.链式求导法则（复合函数求导法则）

$$f'(g(x)) = f'(u) \cdot u'(x) \quad \text{或} \quad \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \cdot \frac{du}{dx}$$

3.高阶导数

对导数求导, $u''', u''', u(4)$

$$D^n x^n = n!$$

$$D^{n+1} x^n = 0$$

出处：微信公众号“我是8位的”

本文以学习、研究和分享为主，如需转载，请联系本人，标明作者和出处，非商业用途！

扫描二维码关注作者公众号“我是8位的”



随笔

分类: [单变量微积分](#)

标签: [导数](#), [求导法则](#), [高阶导数](#)

好文要顶

关注我

收藏该文

我是8位的
关注 - 5
粉丝 - 288
[+加关注](#)

0

推荐

0

反对

« 上一篇: [单变量微积分笔记1——导数1\(导数的基本概念\)](#)

» 下一篇: [使用Apriori进行关联分析 \(二\)](#)

posted on 2017-08-28 22:12 我是8位的 阅读(8055) 评论(3) 编辑 收藏 举报

[刷新评论](#) [刷新页面](#) [返回顶部](#)

 登录后才能查看或发表评论, 立即 [登录](#) 或者 [逛逛](#) 博客园首页

- 【推荐】华为 HWD 2022 故事征集, 分享最打动你的科技女性故事
- 【推荐】华为开发者专区, 与开发者一起构建万物互联的智能世界

yzodcs.com

广告 X

永中DCS_文档在线
预览解决方案

兼容不同版本的Office、PDF等, 特定格式的合作, 支持Windows、信创环境下一键部署

打开 >

- 编辑推荐:**
- 革命性创新, 动画杀手铜 @scroll-timeline
 - 戏说领域驱动设计 (十二) —— 服务
 - ASP.NET Core 6框架揭秘实例演示[16]: 内存缓存与分布式缓存的使用
 - .Net Core 中无处不在的 Async/Await 是如何提升性能的?
 - 分布式系统改造方案 —— 老旧系统改造篇

#她的梦想在发光#
HWD科技女性故事有奖征集
活动时间: 2022年3月8日-3月18日



- 最新新闻:**
- 乔布斯的创业搭档: 他缺乏工程师才能, 不得不锻炼营销能力来弥补
 - 美国大厂码农薪资曝光: 年薪18万美元, 够养家, 不够买海景房
 - 两张照片就能转视频! Google提出FLIM帧插值模型
 - Android 再推 “杀手级” 功能, 可回收 60% 存储空间
 - 溺在理财暴雷潮的投资人: 本金63万, 月兑25元不够卖菜
- » 更多新闻...

Powered by:
博客园
Copyright © 2022 我是8位的
Powered by .NET 6 on Kubernetes